Домашна работа 1

Задача 1. По метода на проста итерация:

(а) Приведете системата линейни алгебрични уравнения във вид, удобен за проста итерация;

(б) Решете приближено системата с точност 0.0001 и закръглете крайния резултат;

(в) проверете дали решението ви е вярно за зададената точност;

(г) Проверете теоретичното достатъчно условие за сходимост на итерационния процес .

```
In[ ]:= (* решаване на задачата с Wolfram Mathematica *)
p = 1;
q = 3;
In[ ]:= A = {{12.,  -p,  1,  2}, {-2, (q + 8.), -3, 1}, {1, -5, 10., -2}, {3, 1, -1, -7.}}; b = {1, (p + q), (-q), p};
x = {0., 0., 0., 0.}; eps = 10^-4; err = ∞;
n = Length[b];
d = b / Table[A[[i, i]], {i, n}];
c = IdentityMatrix[n] - A / Table[A[[i, i]], {i, n}];
Print[" C = ", MatrixForm[c], ", d = ", MatrixForm[d]]
k = 0; (* брой итерации *)
While [err ≥ eps,
 {k++,
  xnew = c.x + d;
  err = Max[Abs[xnew - x]];
  x = xnew;
  Print["k = ", k, ", x = ", x, ", текуща грешка = ", err]
   Print["------------------------------"];
 }
]
```

$$C = \begin{pmatrix} 0. & 0.0833333 & -0.0833333 & -0.166667 \\ 0.181818 & 0. & 0.272727 & -0.0909091 \\ -0.1 & 0.5 & 0. & 0.2 \\ 0.428571 & 0.142857 & -0.142857 & 0. \end{pmatrix}, \quad d = \begin{pmatrix} 0.0833333 \\ 0.363636 \\ -0.3 \\ -0.142857 \end{pmatrix}$$

k = 1, x = {0.0833333, 0.363636, −0.3, −0.142857}, текуща грешка = 0.363636

---

k = 2, x = {0.162446, 0.309957, −0.155087, −0.0123377}, текуща грешка = 0.144913

---

k = 3, x = {0.124143, 0.351997, −0.163734, −0.00680272}, текуща грешка = 0.0420405

---

k = 4, x = {0.127445, 0.342172, −0.137776, −0.015977}, текуща грешка = 0.0259575

---

k = 5, x = {0.125992, 0.350685, −0.144854, −0.019674}, текуща грешка = 0.00851362

---

k = 6, x = {0.127907, 0.348827, −0.141191, −0.0180693}, текуща грешка = 0.00366271

---

k = 7, x = {0.12718, 0.350028, −0.141991, −0.0180371}, текуща грешка = 0.0012013

---

k = 8, x = {0.127341, 0.349675, −0.141311, −0.0180631}, текуща грешка = 0.000679841

---

k = 9, x = {0.127259, 0.349892, −0.141509, −0.0181415}, текуща грешка = 0.000217113

---

k = 10, x = {0.127307, 0.34983, −0.141408, −0.0181172}, текуща грешка = 0.000101049

---

k = 11, x = {0.127289, 0.349864, −0.141439, −0.0181201}, текуща грешка = 0.0000340199

In[•]:= **(* $x_1 \approx 0.1273$; $x_2 \approx 0.3499$; $x_3 \approx 0.1414$; $x_4 \approx 0.0181$; *)**

In[•]:= **LinearSolve[A, b]**

Out[•]=

{0.127293, 0.349858, −0.141425, −0.0181197}

In[•]:= **(* $x_1 = 0.1273$; $x_2 = 0.3499$; $x_3 = -0.1414$; $x_4 = -0.0181$ с точност 0,0001,**
т. е. при зададената точност, корените на системата линейни уравнения съвпадат с тези, получени с приближеното решение *)

In[•]:=
```
NormC = {Max[Table[Sum[Abs[c[[i, j]]], {j, n}]]], Max[Table[Sum[Abs[c[[i, j]]], {i, n}]]],
  Sqrt[Sum[Sum[(c[[i, j]])^2, {i, n}], {j, n}]]};
Print["Норми на преобразуваната матрица: ", NormC]
```

Норми на преобразуваната матрица: {0.8, 0.72619, 0.825748}

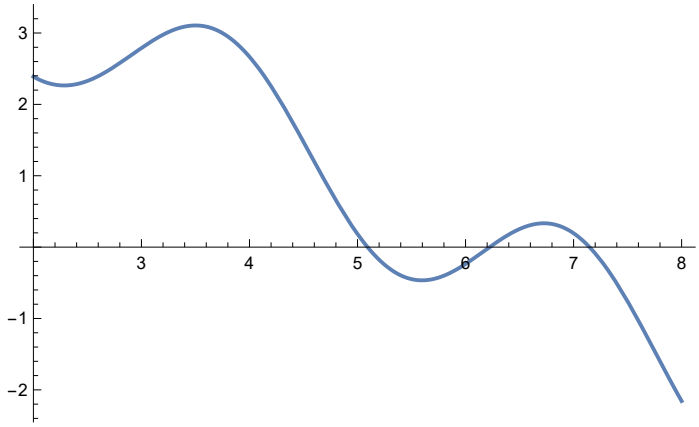
Норми на преобразуваната матрица: $\left\{\frac{4}{5}, \frac{61}{84}, \frac{\sqrt{\frac{485\,129}{30}}}{154}\right\}$

```
(* По метода на простите итерации се изисква поне една от тези норми да е по-малка от 1 ⟶
   достатъчно условие за сходимост на итерационния процес *)
```

Задача 2

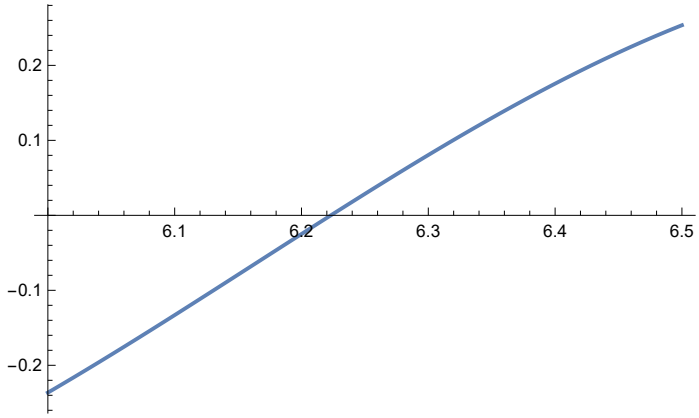
In[•]:=
```
Clear[c, d, eps, x, n, A, b, k]
f[x_] := Sin[p * x + Sqrt[q + x^2]] - p * x + Log[2 + x] + 4
Plot[f[x], {x, 2., 8.}]
```

Out[•]=

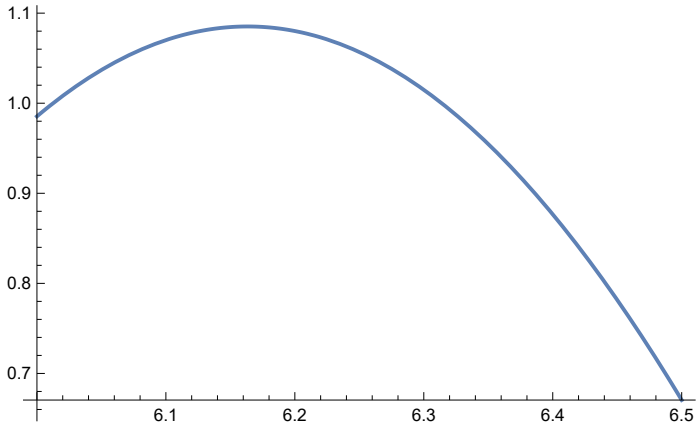


In[•]:=
```
a = 6.;
b = 6.5;
Plot[f[x], {x, a, b}]
Plot[f'[x], {x, a, b}]
Plot[f''[x], {x, a, b}]
```

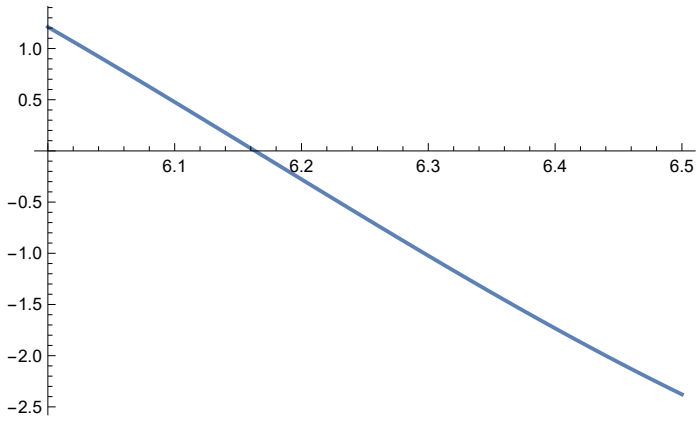
Out[•]=



Out[•]=



Out[•]=



In[•]:=
```
x0 = b;
eps = 10^-5;
epsk = 1;
For[i = 1, eps < epsk, i++,
 x1 = x0 - f[x0]/f'[x0];
 epsk = Abs[x1 - x0];
 Print[" i=", i "   x1=", x1, "   разлика=", epsk];
 x0 = x1;]
```

```
i=   x1=6.12186   разлика=0.378144
i=2   x1=6.22342   разлика=0.101563
i=3   x1=6.22314   разлика=0.000277397
i=4   x1=6.22314   разлика=1.62636×10^-8
```

In[•]:=
```
(* Постигаме точност 10^-5 на итерация 4 *)
```